

## MATHEMATICAL MODEL OF COUNTER-TERRORIST ACTIVITY

Volodymyr Khoroshko, National Aviation University, Doctor of Engineering Science, Full Professor, Kiev, Ukraine  
Mykola Brailovskyi, Taras Shevchenko National University of Kyiv, PhD in Engineering Science, Associate Professor  
Kiev, Ukraine

Valeri Kozura, National Aviation University, PhD in Engineering Science, Associate Professor Kiev, Ukraine

**ABSTRACT.** In this paper, we construct a model of an arbitrary terrorist group with a strictly justified hierarchy using a weighted undirected graph. The proposed mathematical model makes it possible to use new methods for processing graphs that are not used earlier for solving the problem of destroying the modeled grouping, as well as a numerical estimate of the damage inflicted on the enemy through counterterrorist actions.

**Аннотация** В данной работе осуществляется построение модели произвольной террористической группы со строго обоснованной иерархией при помощи взвешенного неориентированного графа. Предлагаемая математическая модель дает возможность для использования новых, не применяемых раньше, методов обработки графов для решения задачи о разрушении моделируемой группировки, а также численной оценки ущерба, наносимого противнику посредством контртеррористических действий.

**KEYWORDS:** terrorist group, graph mathematical models, weights, matrix theory, counterterrorism activity.

**Введение.** Геополитическая ситуация и события, которые происходят в мире, особенно после трагических событий 2008 года в Грузии и в Украине начиная с 2014, чрезвычайно остро поднимают вопрос создания адекватных математических моделей различных террористических организаций с целью привлечения строгого математического аппарата и вычислительной техники для автоматизации разработки возможных путей борьбы с ними, а также для формализации анализа результатов контртеррористических действий.

Традиционным путем для представления группы людей с указанием взаимных отношений между ними является использование теории графов [1,2]. Это обусловлено рядом факторов, среди которых:

- наглядность получаемой модели,
- возможность адекватного отражения при помощи стандартных операций на графах реальных действий над группами и событиями, а также событий в группах,
- существованием разработанного математического аппарата для работы с графами, включая большое количество хорошо зарекомендовавших себя на практике эвристических методов обработки.

В настоящий момент в научном мире чрезвычайно активизировались работы по математическому моделированию террористических организаций [2-5]. Однако существующие модели, информация о которых доступна из определенных источников, далеки от совершенства. Так графовые представления террористической организации, представленные в [3,4], носят ограниченный и недостаточно информативный характер, поскольку не учитывают иерархию организации. Попытка такого учета была предпринята в [2] за счет введения в рассмотрение упорядоченного множества вершин графа, хотя автор не определяет строго на рассматриваемом множестве необходимое

бинарное отношение, обладающее свойствами рефлексивности, транзитивности и антисимметричности, без введения которого рассмотрение упорядоченности множества невозможно. Аналогичный результат очевидно был бы легко получен автором [2] при помощи перехода от неориентированного графа к ориентированному. Такой переход для повышения информативности графа за счет учета иерархии предлагается в [6]. Однако ориентация ребра между двумя вершинами-индивидуумами, основанная на учете лишь количества связей каждого из них (учет степеней соответствующих вершин графа) ставит под сомнение адекватность получаемой модели, так как возможна такая организация террористической группы, когда лидеры будут иметь минимальное количество непосредственных связей с подчиненными, оказываясь таким образом совсем не на верхних ступенях иерархической лестницы.

Таким образом, до настоящего момента не существует адекватной математической модели террористической группировки, полностью отражающей ее реальную иерархию и взаимосвязь между членами модели, позволяющей удовлетворительно формализовать решение традиционных в этой предметной области задач (о разрушении террористической организации, ограничение ее деятельности и т.д.).

**Цель настоящей работы** – построение модели произвольной террористической группы со строго обоснованной иерархией при помощи взвешенного неориентированного графа, что не делалось ранее. Введение значений веса для вершин и ребер происходящей при максимальном использовании априорной информации о моделируемой террористической группе (противника).

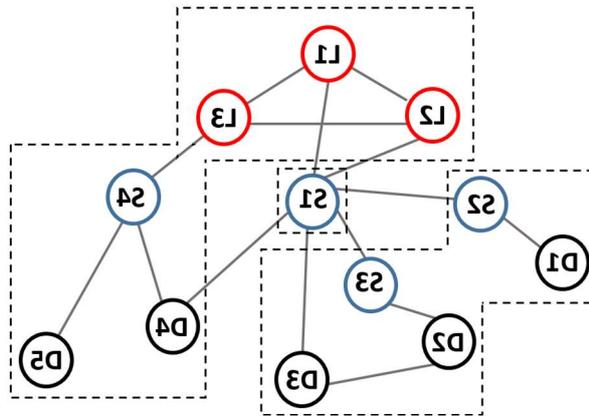
Предлагаемая математическая модель дает возможность для использования новых, не применяемых раньше, методов обработки графов для решения задачи о разрушении моделируемой группировки, а также численной оценки ущерба, наносимого противнику посредством контртеррористических действий.

**Основная часть.** Рассмотрим задачи, связанные с организацией контртеррористических действий, решение которых осуществляется с использованием графовых математических моделей противника. Отдельные индивидуумы представляются в такой модели в виде узлов (вершин), пары которых соединяются ребром (вершины при этом называются смежными) при существовании определенной взаимосвязи между соответствующими членами рассматриваемой группы.

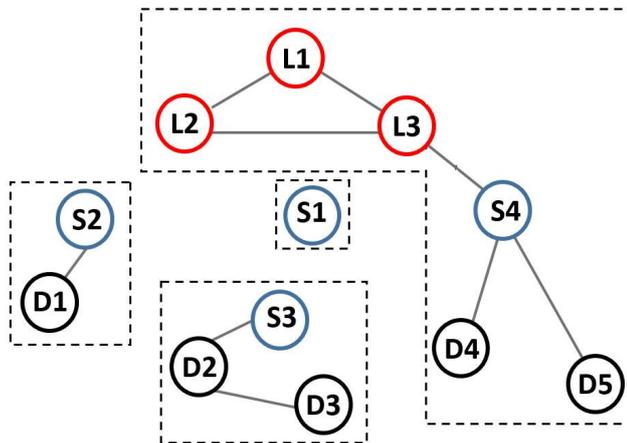
Пусть террористическая организация в своей иерархии имеет три основных уровня: лидера (руководителя) или нескольких лидеров; представителей связующего звена (руководство на местах) и непосредственных исполнителей. При построении самой простой графовой модели (неориентированный невзвешенный граф) каждому члену организации противника соответствует вершина, ребра графа соединяемой вершины в том случае, если между соответствующими им членами существует непосредственная связь. Пример такой модели представлена на рис.1(а), где узлы, соответствующие лидерам организации, среднему звену и исполнителям, для наглядности имеют соответственно разные цвета (красный, синий и черный цвет). Граф очевидно является связным. Как правило, непосредственной связи между лидерами и исполнителями не существует, хотя такая возможность и не исключается. Традиционно графовые модели противника служат для решения следующих задач: определение членов террористической группы, (противника), блокирования (удаления) которых реально возможно осуществить при этом блокирование приведет к распаду организации противника на несколько несвязанных между собой частей. Результатом такого распада может оказаться как полное уничтожение группы, так и снижение ее боеспособности, эффективности деятельности.

На языке графов данная задача будет формироваться следующим образом: необходимо определить множество узлов (множество, содержащее минимальное количество узлов), удаление которых приведет к распаду связей графа на несколько компонентов. Если такое множество содержит один узел, то он называется точкой сочленения. В примере, приведенном на рис.1(а), точкой сочленения является S1. Блокирование этого единственного члена организации противника приводит

к ее распаду на четыре части, причем три из них становятся обезглавленными, а поэтому недееспособными (рис. 1(б)). Заметим, что такое возможно не всегда.



а)



б)

Рис.1 Пример графовой модели террористической группы (а – первоначальный вид; б – вид после удаления точки сочленения графа)

Выделение в организации противника таких связей между его членами, удаление которых приводит к распаду группировки на отдельные части, несвязанные между собой, очевидно значительно ограничит возможности деятельности рассматриваемой террористической структуры.

На языке графов задача формулируется следующим образом: определить множество ребер (минимальное множество ребер) в графе, удаление которых приведет к его распаду на несколько компонент.

Для получения удовлетворительного результата при решении поставленных задач графовая модель противника должна обладать максимально возможной информативностью, учитывать иерархию рассматриваемой террористической группировки. Для этого будем использовать в качестве модели противника неориентированный взвешенный граф (для дополнительного учета иерархии может служить нумерация вершин: сначала нумеруются лидеры, затем среднее звено, последними – непосредственные исполнители).

Все вершины формируются, исходя из априорных данных о соответствующем члене террористической группировки, в соответствии с учетом:

- 1) Его осведомленности об объекте, на который направлено внимание;
- 2) Материальных и временных возможностей для осуществления отведенной данному члену группировки роли в террористической операции;
- 3) Значимость рассматриваемого члена в организации.

Учет всех перечисленных выше составленных частей весовых коэффициентов автоматически выделит лидеров (вершины с наибольшими значениями весов) и остальных менее значимых членов группы.

Все ребра определяются в зависимости от:

а) реальной ценности информации, передаваемой при помощи данной линии связи, (например, информация, передаваемая от руководителей группы подчиненным, является более значимой, чем информация, циркулирующая между непосредственными исполнителями);

б) надежности рассматриваемой линии связи (например, связь при непосредственном контакте является более надежной, чем при использовании телефонной линии).

Пример взвешенного графа – модели приведен на рис.2 (порядок нумерации соответствует иерархии членов организации, в середине узла – его номер, рядом с узлом – его вес, рядом с ребром в скобках – вес ребра).

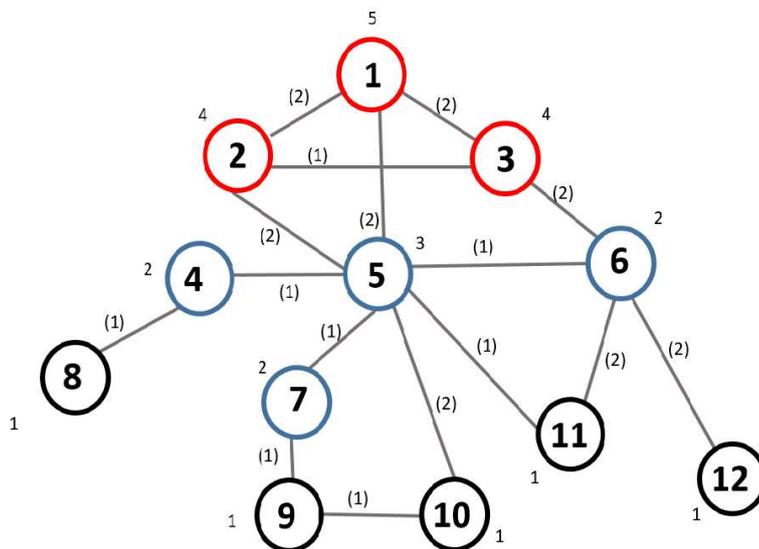


Рис.2 Модель террористической группы в виде взвешенного графа

Замечание 1. Использование взвешенного графа при моделировании организации противника дает возможность учесть ее иерархию, не переходя к ориентированному графу. Такой переход, как правило, осложняет процесс обработки графа. Кроме того, матрица смежности неориентированного графа обладает симметричностью, что дает возможность в некоторых графовых алгоритмах значительно сократить количество необходимых арифметических операций [7].

Задачи, связанные с организацией контртеррористических действий, были сформулированы в общем виде. Результат удаления некоторых членов террористической группировки или блокирования каких-то связей, приводящих с точки зрения снижения дееспособности противника. Например, если удалить связь между членами S4 и S5 (мост в графовой модели противника (рис. 1(a))), это вряд ли нанесет ощутимый удар по всей группировке, т.к. оставшись без D5 часть группировки сохранит как абсолютное большинство своих членов, так и наличие всех иерархических звеньев.

Одним из основных вопросов при моделировании террористических сетей и активных действий над ними является вопрос о том, когда рассматриваемую структуру можно считать разрушенной, или уничтоженной. Вариант уничтожения всех членов группы рассматриваться не будет, т.к. несмотря на то, что такой вариант часто является приемлемым и даже желаемым, он с

большой долей вероятности может оказаться принципиально невыполнимым (либо невыполнимым за определенный ограниченный промежуток времени при наличии определенного ограниченного материального ресурса).

Рассмотрим возможное решение для первой задачи, приводящее к уничтожению террористической группировки в соответствии с [2]. В [2] для решения этой задачи по графовой модели группы определяется множество всех простых, или «командных», цепей согласно [1], начало и конец которых отвечает лидеру и непосредственному исполнителю соответственно. По полученному множеству определяется совокупность узлов графа, каждый из которых присутствует хотя бы в одной цепи, причем каждая цепь вносит в эту совокупность единственный узел.

Удаление из графа такой совокупности, разрушает все существующие «командные» цепи. В этом случае в [2] делается вывод об уничтожении террористической группировки. Однако непосредственного алгоритма предполагаемой «разрушительной» операции не приводится. Более того, при учете иерархии моделируемой террористической организации, проводимом в [2], само выделение «командной» цепи становится проблематичным.

Рассмотрим возможный алгоритм для осуществления уничтожения террористической группы противника в смысле [2], используя в качестве модели предложенный выше взвешенный неориентированный граф. Для этого построим для граф-модели корневую структуру уровней (КСУ) [7] с корнем в узле, имеющем наибольший вес, т.е. отвечающем лидеру (вариант, когда значение максимального веса соответствует нескольким вершинам, рассматривается ниже). Для удобства дальнейшего изложения обозначим этот узел  $x$ , КСУ  $F(x)$  есть разбиение множества вершин  $x$  графа:

$$F(x) = \{L_0(x), L_1(x), \dots, L_{l(x)}(x)\},$$

такое, что  $L_0(x) = \{x\}$ ,  $L_1(x) = Adj(L_0(x), L_{l(x)}) = Adj(L_{i-1}(x), L_{i-2}(x))$ ,  $i=2,3,\dots,l(x)$ ,

где  $Adj(x)$  – множество узлов графа, не принадлежащих  $L_{i-1}(x)$ , на смежных хотя бы с одним узлом из  $L_{i-1}(x)$ . Эксцентриситет узла  $x$  [1] по отношению к структуре уровней называется длиной  $F(x)$ , а ширина  $\omega(x)$  структуры  $F(x)$  и определяется так:  $\omega(x) = \max \{ |L_i(x)| \mid 0 \leq i \leq l(x) \}$ .

Для графа, представленного на рис.2, корневая структура уровней, описанная выше, будет иметь вид, представленный на рис.3. Все «командные» цепи – это очевидно простые цепи графа, исходящие из нулевого уровня корневой структуры и заканчивающиеся либо вершиной, степень которой равна 1, либо вершиной, лежащей в последнем уровне КСУ; если  $V_k, V_m$  – две последовательные вершины такой цепи, то номер уровня в который попала вершина  $V_m$ . Узлы, попавшие в один уровень структуры, определяют ту совокупность, удаление которой приведет к распаду графа на смежные компоненты за счет разрыва всех цепей связи, т.е. к уничтожению террористической группы.

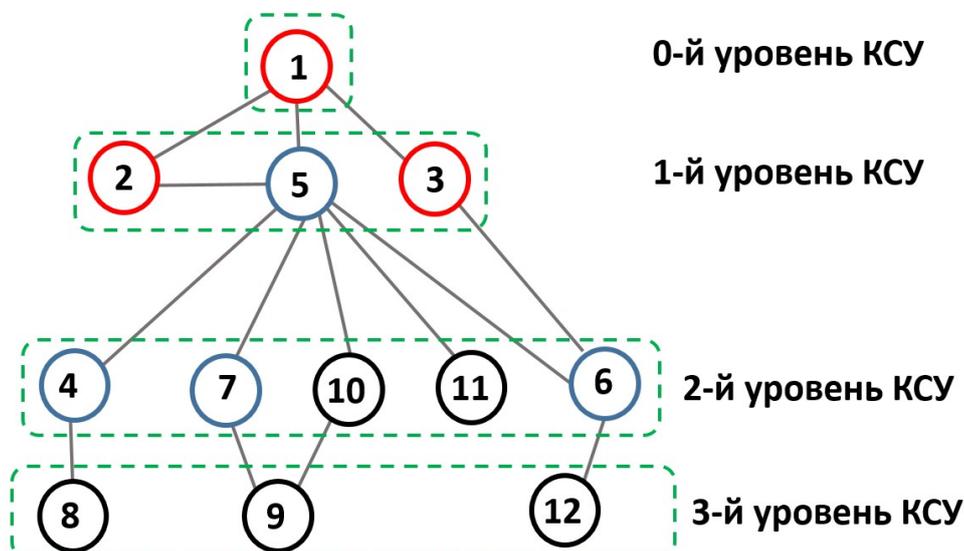


Рис.3 Корневая структура уровней

Заметим, что при этом не потребовалось явное определение множества «командных» цепей. Способ построения КСУ приведет к тому, что лидеры будут «отрезаны» от непосредственных исполнителей, что лишит возможности организованных активных действий данную террористическую группировку.

Пусть имеется несколько вершин с максимальным весом. Тогда при построении КСУ роль «корня» будет играть не один узел: все вершины графа с максимальными весовыми значениями, отвечающие лидерам противника, помещаются на нулевой уровень структуры. Остальные шаги для выделения разделяющего множества графа остаются без изменения.

Рассмотрим вариант нанесения удара по террористической структуре, когда во главу угла ставится уничтожение (блокирование) минимального (или просто малого) количества людей. Переходя к графовой интерпретации, задача заключается в поиске минимального разделяющего множества графа, (или распределяющего множества, содержащего малое количество вершин). Для того, очевидно, потребуется длинная и узкая корневая структура, в которой целесообразно исключить узлы из того уровня, где их количество минимально. Самая длинная КСУ отвечает корню, являющемуся периферийным узлом графа. Однако поиск периферийных узлов является дорогостоящим предприятием, требуя для своего осуществления, как правило, более, чем  $\approx (|X| |E|)$  арифметических операций, где  $X$  – это количество вершин, а  $E$  – количество ребер графа, и для графа большой размерности может оказаться достаточно громоздким в вычислительном смысле [7]. Учитывая это, будем использовать КСУ с корнем в псевдопериферийном узле [7], алгоритм поиска которого представлен в следующем виде:

Шаг 1. (инициализация) Выбрать произвольный узел  $r$ .

Шаг 2. Построение структуры уровней) Построить структуру уровней с корнем в  $r$ :

$$F(r) = \{L_0(r), L_1(r), \dots, L_{l(r)}(r)\}.$$

Шаг 3. (стягивание последнего уровня). Выбрать в  $L_{l(r)}(r)$  узел  $x$  с минимальной степенью.

Шаг 4. (построение структуры уровней). Построить  $F(x) = \{L_0(x), L_1(x), \dots, L_{l(x)}(x)\}$ . Если  $l(x) > l(r)$ , положить  $r \leftarrow x$ , перейти на шаг 3.

Шаг 5. Узел  $x$  – псевдопериферийный.

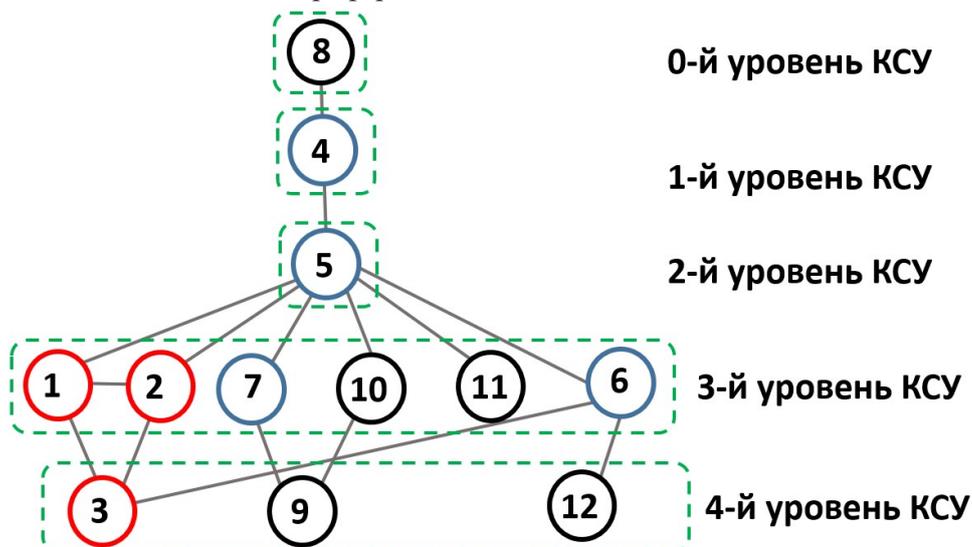


Рис.4 Структура уровней с корнем в псевдопериферийном узле

Исходя из предположенного алгоритма, используем корневую структуру на рис.3 как начальную для поиска псевдопериферийного узла. В последнем уровне выбором узел с минимальной степенью  $x=12$ . Проведя действия, предусмотренные алгоритмом, полученным в качестве псевдопериферийного узла, узел  $x=8$ , корневая структуре с корнем в этом узле приведена на рис.4.

Как видно из рис.4, уровни, содержащие минимальное количество узлов – это первый и второй. Какой из них выбрать, чтобы нанести большой вред совокупной террористической группировке противника? Преимуществом для наших целей, на первый взгляд, обладает второй уровень: степень узла 5 больше, чем узла 4, поэтому можно ожидать, что при исключении пятого узла связных компонент, на которых распадается граф, может оказать больше, чем при исследовании узла 4 (заметим, что целесообразность исключения узла 5(S1) псевдопериферийном узле (рис.1) с целью разбиения группы на подгруппы была установлена ранее, исходя лишь из визуального представления графа, что при его большой размерности может оказаться невыполнимым). Однако при планировании контртеррористических действий имеет значение не только количество полученных в результате разряженных частей террористической группы (компонент связности графа). Важен совокупный ущерб, равносильный группировке при удален тех или иных ее членов, связей. Возможна ситуация, когда разрушение многочисленных связей каждого индивидуума (соответствующий узел графа имеет большую степень) может оказаться многозначительным для террористической группы в целом, а лишь одна разорванная связь приведет к фактическому уничтожению противника.

Для численной оценки ущерба, наносимого террористической группировке, воспользуемся матрицей смежности [1] графа-модели. Для графа, представленного на рис.2, эта матрица имеет вид:

```
      5 2 2 0 2 0 0 0 0 0 0 0
      2 4 1 0 2 0 0 0 0 0 0 0
      2 1 4 0 0 2 0 0 0 0 0 0
      0 0 0 2 1 0 1 1 0 0 0 0
      2 2 0 1 3 1 1 1 0 0 2 1 0
      0 0 2 0 1 2 0 0 0 0 2 2
P R O T = 0 0 0 1 1 0 2 0 1 0 0 0
          0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0
          0 0 0 0 0 0 1 0 1 1 0 0
          0 0 0 0 2 0 0 0 1 1 0 0
          0 0 0 0 1 2 0 0 0 0 1 0
          0 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0 1
```

( на главной диагонали – весовые коэффициенты вершин, внедиагональные элементы - весовые коэффициенты ребер). В силу не ориентированности графа матрицы является симметричной. Она полностью определяет граф, а значит характеризует всю совокупную группировку противника.

Каждая из характеристик такой матрицы является характеристической и реальной человеческой группы.

Назовем энергией террористической группы ( $E_{tr}$ ) энергию сигнала, цифровым представлением которого является матрица смежности графовой модели противника:

$$E_{tr} = \|\text{PROT}\|^2,$$

где  $\|\cdot\|$  - евклидова матричная норма. Исключение определенного члена террористической группы (определенной вершины графа вместе с инцидентами ребрами) для матрицы смежности будет выражаться в удалении из нее строки и столбца, номера которых отвечают номеру исключительной вершины. Энергию группы после исключения из нее членов  $x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kp}$ , будем обозначать  $E_{tr}(x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kp})$ . Этот числовой показатель будет использоваться для сравнения результатов предполагаемого противника. В зависимости от итогов сравнения делается вывод о целесообразности уничтожения конкретной совокупности членов террористической группы. Алгоритм для определения разделяющего множества графа противника имеет следующих вид:

Шаг 1. Найти псевдопериферийный узел  $x$  в графе противника.

Шаг 2. В корневой структуре уровней  $F(x) = \{L_0(x), L_1(x), \dots, L_{l(x)}(x)\}$  найти уровень  $L_i(x)$ , содержащий наименьшее число графа.

а) Если  $L_i(x)$  определяется однозначно, то положить  $I = i$ , перейти на шаг 3.

б) Пусть  $L_i(x)$  определяется неоднозначно, т.е.  $i \in \text{IND}$ ,  $|\text{IND}| > 1$ , где  $\text{IND}$  – некоторое множество индексов уровней КСУ  $F(x)$

Вычислить  $E_{ir}[L_i(x)]$  для  $\forall i \in \text{IND}$ ,

Определить  $E_{min} = \min_{i \in \text{IND}} E_{ir}[L_i(x)]$ ,

$$I = \underset{i \in \text{IND}}{\text{argmin}} E_{ir}[L_i(x)].$$

Шаг 3.  $L_i(x)$  – искомый уровень КСУ, исключенный из нее.

Замечание 2. В предложенном алгоритме используется сравнение энергий террористических групп после удаления их некоторых членов. Воспользовавшись симметричностью матрицы смежности неориентированного графа, для оценки  $E_{tr}[L_i(x)]$  можно вычислить норму не всей матрицы смежности, а лишь ее верхней (или нижней) треугольной части, что позволит сократить вычислительную работу по сравнению с первоначальным вариантом практически в два ряда.

Замечание 3. Количество арифметических операций для реализации предложенного алгоритма для графа множеством вершин  $X$  определяется как  $\approx(|x|^2)$ .

Конечно, такой алгоритм не гарантирует отделение лидеров от непосредственных исполнителей, но разбиение на связанные компоненты в любом случае приведет к ослаблению террористической группировки и потребует определенного времени на ее восстановление.

### Выводы

1. Показано, что использование при построении моделей различных террористических группировок взвешенных графов является перспективным направлением, дающим возможность учесть иерархию противника без перехода к ориентированному графу и введения в графовую модель различных дополнительных математических объектов.

2. Симметричность матрицы смежности полученной графой модели дает потенциальную возможность выигрыша в количестве арифметических операций при обработке получаемого графа по сравнению с тем вариантом, когда граф оказывается ориентированным.

3. Предложен новый подход к проблеме численной оценки ущерба, наносимого террористической группировке контртеррористическими действиями, основанный на использовании теории матриц и введение весовой энергии террористической группы, на основании которого построен новый алгоритм для определения разделяющего множества графа противника.

Конечно, многие задачи, решаемые на графах, для получения точного решения требуют полного перебора, однако наличие большого числа эвристических алгоритмов, хорошо

зареккомендовавших себя на практике при обработке графов, не имеющих отношения к представлению террористических групп, дает возможность рассчитывать на успешное использование некоторых из этих алгоритмов и на графовых моделях.

#### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Оре О. Теория графов. – М:Наука, 1980.-336с.
2. Майника Э. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах. – М:Мир, 1981. – 323с.
3. Krebs V. E. Mapping networks of terrorist celis. – Connections 24(3).- 2001. – Pp. 43-52
4. Brailovskyi M., Khoroshko V. Models of Interaction of a Potentially Dangerous Terrorist Group and the Security Service on a Protected Object. SPCSJ, vol.2, w3, September 2018. – p.1-8.
5. Кобозева А. А., Хорошко В. А. Анализ информационной безопасности – К: изд. ГУНКТ, 2009. – 251с.
6. Brams S.J., Mutlu H., Ramirez S. L. Influence in Terrorist Networks: From Undirected to Directed Graphs. Studies I Conflict & Terrorism. – 2006. – 29. – Pp. 703-718.
7. Джордж А., Лю Дж. Численное решение больших разреженных систем уравнений. Изд. 2-е. – М: Мир, 2014. – 333с.