

## RESEARCH OF PROCESSES OCCURRING WITH INFORMATION COUNTER-FIGHTING IN MODERN CONDITIONS

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПРОИСХОДЯЩИХ ПРИ ИНФОРМАЦИОННОМ ПРОТИВОБОРСТВЕ В СОВРЕМЕННЫХ УСЛОВИЯХ

Volodymyr Khoroshko, National Aviation University, Doctor of Engineering Science, Full Professor, Kiev, Ukraine

Хорошко Владимир Алексеевич, доктор технических наук, профессор, профессор Национального авиационного университета (г. Киев).

Zhukov Anatoly, Zhitomir Military Institute (Zhitomir), Ukraine.

Жуков Анатолий Алексеевич, Житомирский военный институт (г. Житомир), Украина.

Latko Iryna, Zhitomir Military Institute (Zhitomir), Ukraine.

Латко Ирина Игоревна, Житомирский военный институт (г. Житомир), Украина.

**ABSTRACT:** The information sphere today has become a system-forming factor that has united all spheres of national security - economic, political, social, military, etc. As a result, through the information sphere, new threats to state security are being implemented. Therefore, the study of information security issues is inextricably linked with the study of the processes occurring in the course of information confrontation. Taking into account the antagonism of the interests of the opposing sides, the article proposes a well-known approach for solving the above problem, based on the basic provisions of game theory. In the course of the study, the optimal distribution of the means of defense and attack of the opposing sides was obtained, the basic theorems of information confrontation were formulated, and the gains and losses of each of the parties to the conflict were determined in an analytical form. The results obtained can serve as a mathematical basis for finding strategies for information countermeasures in an aggressive information environment.

**АННОТАЦИЯ:** Информационная сфера сегодня стала системообразующим фактором, объединившим все без исключения сферы национальной безопасности-экономическую, политическую, социальную, военную и др. Как следствие, через информационную сферу, реализуются новые угрозы безопасности государства. Поэтому изучение вопросов обеспечения информационной безопасности, неразрывно связано с исследованиями процессов происходящих в ходе информационного противоборства. Учитывая антагонизм интересов противоборствующих сторон в статье предложен известный подход для решения вышеизложенной задачи, основывающейся на базовых положениях теории игр. В ходе исследования получены оптимальные распределения средств защиты и нападения противоборствующих сторон, сформулирована базовые теоремы информационного противоборства, а также определены в аналитическом виде выигрыш и проигрыш каждой из сторон конфликта. Полученные результаты могут служить математическим базисом для нахождения стратегий информационного противодействия в условиях агрессивной информационной среды.

**KEYWORDS:** *cyberspace, cyber war, countering hybrid war, information space, analysis of the processes of attack and counteraction in the information space, game theory.*

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** *киберпространство, кибервойна, противодействия гибридной войне, информационное пространство, анализа процессов нападения и противодействия в информационном пространстве, теория игр.*

### ВВЕДЕНИЕ

Информационная сфера стала сегодня базой для развития всех других сфер: экономической, политической, военной, дипломатической и т.д.

В информационной сфере Украины происходят различные события и явления, изучение и анализ которых становятся жизненно необходимыми для любого субъекта [1, 2].

Информационное противоборство не является детищем сегодняшнего дня. Многие его приемы возникли тысячи лет назад вместе с появлением информационных систем. История обучения человечества – это и есть своего рода противоборство.

Очень точно суть информационного противоборства и войны выражены в наставлениях древнекитайского военного деятеля Сунь Цзы [3, 4].

Следует отметить, что по интенсивности, масштабам и средствам, которые используются, необходимо выделить следующие его виды (формы) [4]: информационная экспансия, информационная агрессия и информационная война.

Таким образом, арсенал информационного противодействия совершенствовался на протяжении веков и на начало XXI века состоит из средств и приемов информационной борьбы, более результативных, чем у обычной войны, т.е. вооруженного конфликта. Информационные технологии и современные условия играют роль информационного оружия при реализации стратегии соперничества – информационного противоборства.

Специалистами информационное противоборство рассматривается как самое эффективное средство для достижения и обеспечения различных целей и интересов [5]. В отличие от других форм и способов противоборства, информационная борьба ведется постоянно как в мирное, так и в военное время и воздействует почти на все жизненно важные сферы деятельности страны-противника, а также на мировое информационное пространство [6].

Теоретической основой исследования информационного противоборства или конфликтных ситуаций может стать теория игр [7], широкому распространению которой в последнее время способствует как применение средств вычислительной техники, так и создание аналитического аппарата, позволяющего находить формульные решения для поставленных задач [8].

Для того, чтобы дать формальное математическое определение игры (противостояния) [9], необходимо учесть следующие четыре фактора.

Во-первых, важно понимать то, что в конфликте участвуют те или иные стороны, которые являются субъектами, принимающими решения. Эти стороны называются коалициями и обозначаются  $J$ .

Во-вторых, необходимо учесть возможности участников конфликта, т.е. указать, какие именно решения может принять каждая из коалиций действия  $i \in I$ . Эти решения называются стратегиями коалиций  $i$ . Множество всех стратегий коалиций действия  $i$  будем обозначать через  $X_i$ . Между стратегиями различных коалиций действия может иметь место та или иная связь. Результат выбора всех таких связей и ограничений называется ситуацией. Таким образом, множество всех ситуаций можно понимать как некоторое заданное подмножество  $Z$  декартового произведения

$$\prod_{i \in I} X_i.$$

В-третьих, необходимо определить стороны, отстаивающие некоторые интересы.

Их называют коалициями интересов. Как и коалиции действий, коалиции интересов являются в общем случае коллективами. Различные коалиции интересов могут пересекаться, и, более того, один такой коллектив может содержаться в другом. Множество всех коалиций интересов обозначается через  $U$ .

В-четвертых, необходимо описать интересы (т.е. цели) участников конфликта. Это значит, что для каждой коалиции интересов  $j \in U$  на множество ситуаций  $Z$  должны быть указано бинарное отношение предпочтения  $>_j$ .

Таким образом, сказанное позволяет сформулировать общее определение игры на математической модели конфликта.

То есть игрой (противостоянием) называется система

$$G = \langle J, \{X_i\}_{i \in J}, Z, U, \{>_j\}_{j \in J} \rangle, \quad (1)$$

где  $J, X_i, (i \in J)$  и  $U$  – произвольные множества,

$$Z \subset \prod_{i \in J} X_i$$

а  $>_j (i \in J)$  – произвольные бинарные отношения на  $Z$ .

Стоящая в правой части (1) система, определяющая противостояние  $G$ , является формальным обозначением того, что обычно принято называть условиями противостояния (игры).

В дальнейшем, считая  $J = U$ , бинарное отношение предпочтения  $>_j$  определим следующим образом. Введем для каждого  $j \in U$  на множестве всех ситуаций  $Z$  принимающую вещественные значения функцию  $M_j(z)$ . Эта функция служит показателем успеха коалиции интересов  $j$  в ситуации  $z \in Z$  и называется функцией выигрыша (победы) коалиции интересов  $j$ . Поэтому будем считать, что  $z' >_j z''$  для  $j \in U$ ,

если  $M_j(z') > M_j(z'')$ .

### ЦЕЛЬ СТАТЬИ

Целью статьи является применение теории игр для исследования и решения задач в информационной сфере, возникающих в результате информационного противоборства.

### ОСНОВНОЙ РЕЗУЛЬТАТ

Основной теоремой теории игр является теорема о равенстве максимина и минимакса, впервые сформулированная и введенная Джоном фон Нейманом [4]. Она устанавливает условия существования оптимальных стратегий и цены игры или противодействия.

Для прямоугольных игр вопрос существования решения игры представлен следующей теоремой [4].

Теорема 1. Пусть

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nm} \end{vmatrix}$$

– платежная матрица;  $X = \|x_1, x_2, \dots, x_n\|$  и  $Y = \|y_1, y_2, \dots, y_m\|$  – смешанные стратегии игроков или сторон  $C1$  и  $C2$ . Соответственно, математическое определение выигрыша игрока или стороны  $C1$  определено следующим образом:

$$C(X, Y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m a_{ij} x_i y_j,$$

тогда величины  $\max_{X \in S_n} \min_{Y \in S_m} C(X, Y)$  и  $\max_{Y \in S_m} \min_{X \in S_n} C(X, Y)$  существуют и равны между собой.

Для непрерывных игр это теорема формулируется следующим образом [4, 5].

Теорема 2. Если  $M(x, y)$  есть непрерывной функцией двух переменных в замкнутом единичном квадрате, то величины

$$\max_{F \in D} \min_{G \in D} \int_0^1 \int_0^1 M(x, y) dF(x) dG(y), \tag{2}$$

$$\text{mix}_{G \in D} \max_{F \in D} \int_0^1 \int_0^1 M(x, y) dF(x) dG(y) \quad (3)$$

существуют и равны между собой.

Доказательству этой теоремы при различных предположениях относительно функции выигрыша и пространств стратегий игроков были посвящены многие работы [4– 6].

Несмотря на то, что теорема фон Неймана и другие обобщающие ее теоремы убеждают в существовании цены и оптимальных стратегий для некоторых классов игр, они не дают никакого метода для нахождения решений любой конкретной игры. Ценность этих теорем заключается в том, что они устанавливают классы функций выигрыша, для которых решения игр существуют.

Типичной задачей исследования поведения противоборствующих сторон является оптимальное распределение средств нападения и защиты. Некоторые простейшие случаи были рассмотрены в [7], а более общие ситуации – в работах [4, 5, 8, 9].

Пусть имеются две стороны с антагонистическими интересами: сторона  $C1$  стремится разрушить государственную систему и захватить сторону  $C2$  с помощью имеющихся у неё сил и средств, а сторона  $C2$  обороняется. Атакующие средства стороны  $C1$  состоят из  $S1$  типов, причем в некоторых условных единицах количество средств  $m$ -го типа равно  $a_m$ , так что суммарный поступательный потенциал стороны  $C1$  составляет величину

$$\sum_{m=1}^{S_1} a_m = M_1.$$

Аналогично оборонительные средства стороны  $C2$  подразделяются на  $S2$  типов, причем количество средств  $j$ -го типа в условных единицах равно  $d_j$ , а суммарный оборонительный потенциал стороны  $C2$  составляет величину  $\sum_{j=1}^{S_2} d_j = M^2$ .

Сторона  $C2$  имеет  $n$  жизненно важных объектов (население, промышленность, экономику и т.д.)  $B_1, B_2, \dots, B_n$  причем объект  $B_1$  оценивается некоторой условной величиной  $\gamma_1$ . Пусть также объекты  $B_1, B_2, \dots, B_n$  упорядочены по их ценности, т.е.  $\gamma_1 \geq \gamma_2 \geq \gamma_3 \geq \dots \geq \gamma_n$ .

Предположим, что каждый незащищенный объект  $B_{i(i=1,2,\dots,n)}$  в результате атаки на него одной наступательной единицы  $m$ -го типа подвергнут разрушению или воздействию, ущерб от которых для  $C2$  оценивается величиной  $\gamma_i \varepsilon_m$ . Величину воздействий при наличии наступательных и оборонительных средств будем считать пропорциональной разности их суммарных количеств, если эта разность положительна или равна нулю в противном случае.

Поведение сторон  $C1$  и  $C2$  определяется распределениями средств нападения и защиты.

Пусть сторона  $C1$  для атак на объекты  $B_1$  выделяет  $\sigma_{im}$  наступательных средств  $m$ -го типа, а сторона  $C2$  для защиты и противодействие атаке на этом объекте выделяется  $\mu_{ij}$  оборонительных средств  $j$ -го типа. При этом в отражении наступательных средств  $m$ -го типа принимает участие лишь  $\lambda_{mj}$  часть защитных средств  $j$ -го типа. Следовательно, распределение средств обороны можно описать матрицей

$$\Lambda = \|\lambda_{mj}\|,$$

где  $0 \leq \lambda_{mj} \leq 1$  ( $1 \leq j \leq S_2, 1 \leq m \leq S_1$ ),  $\sum_{m=1}^{S_1} \lambda_{mj} = 1$ .

Принимая величину результатов атаки на сторону  $C2$ , производимых воздействий наступательными средствами стороной  $C1$ , в качестве основной характеристики конфликта, получаем следующие выражения для суммарных потерь стороной  $C2$ :

$$M(\sigma, \mu) = \sum_{i=1}^n \gamma_i \max \left\{ 0, \sum_{m=1}^{S_1} \varepsilon_m \left( \sigma_{im} - \sum_{j=1}^{S_2} \lambda_{mj} \mu_{ij} \right) \right\}. \quad (4)$$

Страна C2 своим поведением стремиться уменьшить величину суммарных воздействий, производимых наступательными средствами системы C1. Цель системы C1 противоположна. Поэтому функция (4) может быть принята в качестве платежа системы C2 системе C1, таким образом, получаем антагонистическую игру с функцией победы (выигрыша) (4). Функция (4) выпукла по  $\mu$  при любом фиксированном  $\sigma$ .

**Теорема 3.** Пусть  $M(x,y)$  – непрерывная по двум переменным функция победы (выигрыша) антагонистической игры, строго выпуклая по  $y$  для каждого  $x$  и имеющая в единичном интервале конечную первую производную по  $y$ . Тогда имеется единственная оптимальная стратегия для стороны C2, являющаяся ступенчатой функцией  $I_{y_0}(y)$ , причем константа  $y_0$  – единственное решение уравнения

$$\max_{0 \leq x \leq 1} M(x, y_0) = v,$$

а цена игры  $v$  определяется формулой

$$v = \min_{0 \leq y \leq 1} \max_{0 \leq x \leq 1} M(x, y).$$

То есть с учетом теоремы 3 получаем замечание 1.

**Замечание 1.** В теореме 2 требования, положенные на функцию  $M(x,y)$  можно несколько ослабить.

1. Можно опустить условие существования производных. Но в этом случае нужно предполагать, что функция  $M(x,y)$  имеет обе односторонние производные в каждой точке интервала определения функции, за исключением, быть может, конечного числа точек. Тогда условия, наложенные на  $M'(x_0, y_1)$ ,  $M'(x_0, y_2)$ ,  $M'(x_1, y_0)$  и  $M'(x_2, y_0)$ , соответствует условиям для односторонних производных в указанных точках.

2. Условие строгой выпуклости или строгой выгнутости функции выигрыша можно ослабить, заменив тем, что она, соответственно, просто выпукла или выгнута. Но в этом случае оптимальная стратегия для второй и первой стороны вообще не является единственной.

Следовательно, на основании теоремы 2 и с учетом замечания 1 страна C2 имеет чистую оптимальную стратегию  $\mu_0$ , определяемую условием

$$\inf_{\mu} \sup_{\sigma} M(\sigma, \mu) = \sup_{\sigma} M_i(\sigma, \mu) = \Gamma,$$

а страна C1 имеет смешанную оптимальную стратегию  $F^*(\sigma)$ , представляющую собой определенную выпуклую комбинацию конечного числа чистых стратегий.

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} X_i &= \|\sigma_{i1}, \sigma_{i2}, \dots, \sigma_{iS_1}\|, \\ Y_i &= \|\mu_{i1}, \mu_{i1}, \dots, \mu_{iS_1}\|, \\ I_i &= \|\gamma_i \varepsilon_1, \gamma_i \varepsilon_2, \dots, \gamma_i \varepsilon_{S_1}\|. \end{aligned}$$

Тогда функция (1) может быть записана в матричной форме:

$$M(\sigma, \mu) = \sum_{l=1}^n \max [0, I'(X_l - \bigwedge Y_l)], \tag{5}$$

где штрих означает транспонирование.

Там же функция (4) выпуклая по  $\sigma$  при любом фиксированном  $\mu$ , то при построении оптимальной стратегии стороны C1 достаточно использовать рандомизацию лишь среди тех чистых стратегий, которые являются вершинами симплекса:

$$\sigma = \left\{ \sigma: \sigma = \sum_{l=1}^{S_1} \delta_l a_l, \quad \delta_l \geq 0, \sum_{l=1}^{S_1} \delta_l = 1 \right\}.$$

Если взять во внимания, что функция  $M(\sigma, \mu)$  выпукла, то  $\sigma$  при любом  $\mu_1$  получаем

$$M(\sigma, \mu) = M\left(\sum_{i=1}^{S_1} \delta_i a_i\right) \leq \sum_{i=1}^{S_1} \delta_i M(a_i, \mu).$$

Обозначим через  $\Gamma_m$  часть цены борьбы (игры)  $\Gamma$ , которая может быть получена стороной  $C1$  за счет применения атакующих средств  $m$ -го типа:

$$(\sum_{m=1}^{S_1} \Gamma_m = \Gamma), \text{ и } \theta = \|a_1, a_2, \dots, a_{S_1}\|.$$

Тогда, следуя теореме 2, для определения оптимальной стратегии стороны  $C2$  получаем уравнение

$$\bigwedge Y_i - \theta = \Gamma_i, (i = 1, 2, \dots, n) \quad (6)$$

Для решения этого матричного уравнения используем обобщенную обратную матрицу, введенную в работе [9]. Обобщенная обратная матрица  $A^+$  определяется для любой прямоугольной матрицы  $A$  следующими условиями:

$$\begin{aligned} AA+A &= A, \\ A+AA^+ &= A^+, \\ (AA^+)^* &= AA^+, \\ (A+A)^* &= A+A \end{aligned}$$

где  $A^*$  означает сопряженную транспонированную матрицу к матрице  $A$ .

В частности, для неособенной квадратной матрицы  $A$  таким образом определенная матрица  $A^+$  совпадает с обычной обратной матрицей  $A^{-1}$ . Из (6) получаем

$$Y_i = \bigwedge^+ (\theta - \Gamma_i), (1 \leq i \leq n) \quad (7)$$

где  $\bigwedge^+ = \|\beta_{ij}\|$  – обобщенная обратная матрица для матрицы  $\bigwedge$ .

Выражение (7) с учетом принятых выше обозначений принимает следующий вид:

$$\mu_{ij} = \sum \left( a_m - \frac{\Gamma_m}{\gamma_i \varepsilon_m} \right) \beta_{jm}, \quad (8)$$

где  $(1 \leq j \leq S_2; 1 \leq i \leq n)$ .

Предположим, что сторона  $C2$  использует свои оборонительные средства  $j$ -го типа среди  $t(j)$  наиболее важных объектов, т.е.

$$\mu_{t(j)} + 1, j = \mu_{t(j)} + 2, j = \dots = \mu_{nj} = 0. \quad (9)$$

Суммируя величины (8) по всем объектам стороны  $C2$  и учитывая (9), получаем

$$\sum_{i=1}^{t(j)} \mu_{ij} = t(j) \sum_{m=1}^{S_1} a_m \beta_{jm} - L_{t(j)} \sum_{m=1}^{S_1} \frac{\Gamma_m}{\varepsilon_m} \beta_{jm}, \quad (10)$$

где  $L_{t(j)} = \sum_{i=1}^{t(j)} \frac{1}{\gamma_i}$ .

Так как  $\sum_{i=1}^{t(j)} \mu_{ij} = d_j$  по предположению, то из (10) имеем

$$\sum_{m=1}^{S_1} \frac{\Gamma_m}{\varepsilon_m} \beta_{jm} = \frac{1}{L_{t(j)}} \left[ t(j) \sum_{m=1}^{S_1} a_m \beta_{jm} - d_j \right] \quad (11)$$

Обозначим

$$W = \left\| \frac{\Gamma_1}{\varepsilon_1}, \frac{\Gamma_2}{\varepsilon_2}, \dots, \frac{\Gamma_{S_1}}{\varepsilon_{S_1}} \right\|, R = \left\| \frac{d_1}{t_{(1)}}, \frac{d_2}{t_{(2)}}, \dots, \frac{d_{S_2}}{t_{(S_2)}} \right\|,$$

$$S = \left\| \left\| \frac{t_1}{L_{t(1)}}, 0, \dots, 0 \right\| \right. \\ \left. \left\| 0, \frac{t_2}{L_{t(2)}}, \dots, 0 \right\| \right. \\ \left. \dots, \dots, \dots \right. \\ \left. \left\| 0, 0, \dots, \frac{t_{(S_2)}}{L_{t(S_2)}} \right\| \right\|.$$

Тогда уравнение (11) можно записать в матричной форме:

$$\bigwedge^+ W = S(\bigwedge^+ \theta - R). \quad (12)$$

Умножив выражение (12) справа на матрицу  $\bigwedge$  получаем,

$$\bigwedge \bigwedge^+ W = W = \bigwedge S (\bigwedge^+ \theta - R).$$

Отсюда следует

$$\Gamma_l = \varepsilon_l \sum_{j=1}^{S_2} \frac{\lambda_{lj}}{L_{t(j)}} \left[ t(j) \sum_{m=1}^{S_1} a_m \beta_{jm} - d_j \right], \quad (13)$$

где  $(1 \leq l \leq S_1)$ .

Сторона  $C1$  очевидно поступит оптимально, если будет нападать всеми силами с некоторыми вероятностями  $\rho_i$  на  $t = \max t_{(j)}^*$  первых наиболее важных объектов системы  $C2$ , где  $t_{(j)}^*$  соответствует максимальному значению цены противоборства:

$$\Gamma = \sum_{\ell=1}^{S_1} \Gamma_{\ell} = \sum_{\ell=1}^{S_1} \sum_{j=1}^{S_2} \frac{\varepsilon_{\ell} \lambda_{\ell j}}{L_{t(j)}} \left[ t_{(j)} \sum_{m=1}^{S_1} a_m \beta_{jm} - d_j \right]. \quad (14)$$

При этом естественно считать, что математическое определение выигрыша от нападения всеми средствами на каждый из первых  $t$  объектов стороны  $C2$  не должно зависеть от номера объекта, т.е.  $\rho_i \gamma_i = \text{const}$ .

Учитывая, что  $\sum_{i=1}^t \rho_i = 1$ , получаем

$$\rho_i = \begin{cases} \frac{c}{\gamma_i}, & 1 \leq i \leq t, \\ 0, & i > t, \end{cases} \quad (15)$$

где  $C = \left( \sum_{i=1}^t \frac{1}{\gamma_i} \right)^{-1} = \frac{1}{L_t}$ .

Таким образом, оптимальные стратегии стороны C1 и C2 определяются соответственно формулами (8) и (15). Однако при их выводе были допущены некоторые субъективные предположения, исходящие из здравого смысла. Поэтому убедимся в ходе непосредственной проверки, что найденные стратегии действительно являются оптимальными.

Итак, при любой стратегии стороны C1 стратегия (8) стороны C2 обеспечивает проигрыш не более величины

$$\begin{aligned} & \gamma_i \sum_{\ell=1}^{S_1} \varepsilon_{\ell} \left\{ \sigma_{i\ell} - \sum_{j=1}^{S_2} \left[ \sum_{m=1}^{S_1} \left( a_m - \frac{\Gamma_m}{\gamma_i \varepsilon_m} \right) \beta_{jm} \right] \right\} \leq \\ & \leq \left\{ \sum_{\ell=1}^{S_1} \varepsilon_{\ell} \left[ a_{\ell} \sum_{j=1}^{S_2} \sum_{m=1}^{S_1} a_m \lambda_{\ell j} \beta_{jm} + \sum_{j=1}^{S_2} \sum_{m=1}^{S_1} \frac{\Gamma_m}{\gamma_i \varepsilon_m} \lambda_{\ell j} \beta_{jm} \right] \right\} = \\ & = \gamma_i \left\{ \sum_{\ell=1}^{S_1} \varepsilon_{\ell} a_{\ell} - \sum_{\ell=1}^{S_1} \varepsilon_{\ell} a_{\ell} + \sum_{\ell=1}^{S_1} \frac{\Gamma_{\ell}}{\gamma_i} \right\} = \Gamma. \end{aligned}$$

Наоборот, при любой стратегии стороны C2 стратегия (15) стороны C1 гарантирует ей выигрыш не менее

$$\begin{aligned} C_1 &= \sum_{i=1}^t \frac{1}{\gamma_i L_t} \sum_{\ell=1}^{S_1} \varepsilon_{\ell} [a_{\ell} - \sum_{j=1}^{S_2} \lambda_{\ell j} \mu_{ij}] = \frac{t}{L_t} \sum_{\ell=1}^{S_1} \varepsilon_{\ell} \left[ \sum_{j=1}^{S_2} \sum_{m=1}^{S_1} a_m \lambda_{\ell j} \beta_{jm} \right] - \\ & - \sum_{i=1}^t \frac{1}{L_t} \sum_{\ell=1}^{S_1} \varepsilon_{\ell} \sum_{j=1}^{S_2} \varepsilon_{\ell j} \mu_{ij} \geq \\ & \geq \sum_{\ell=1}^{S_1} \varepsilon_{\ell} \sum_{j=1}^{S_2} \left[ t(j) \sum_{m=1}^{S_1} a_m \lambda_{\ell j} \beta_{jm} \right] \frac{t}{L_{t(j)}} - \\ & \sum_{\ell=1}^{S_1} \varepsilon_{\ell} \sum_{j=1}^{S_2} \frac{\lambda_{\ell j} d_j}{L_{t(j)}} = \sum_{\ell=1}^{S_1} \varepsilon_{\ell} \sum_{j=1}^{S_2} \frac{\lambda_{\ell j}}{L_{t(j)}} * \left[ t(j) \sum_{m=1}^{S_1} a_m \beta_{jm} - d_j \right] = \Gamma. \end{aligned}$$

Из этих соотношений следует, что справедливы, все вышеуказанные ранее утверждения.

#### ВЫВОДЫ

Проведенные исследования показали, что применение теории игр позволяет довольно точно оценить сложившуюся конфликтную ситуацию при информационном противоборстве.



Полученные выражения позволяют оценить возможности как нападающей, так и защищающейся сторон в зависимости от выбранной оптимальной стратегии, т.е. предсказать результат осуществляемого информационного противоборства.

#### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Гришук Р. В. Технологічні аспекти інформаційного протиборства на сучасному етапі / Р. В. Гришук, І. О. Канкін, В. В. Охрімчук // *Захист інформації*. – 2015. – Том 17. – № 1 – С. 80–86.
2. Гришук, Р.В. Проблемні питання створення та використання єдиного інформаційного простору для протистояння зовнішній інформаційній агресії / Р. В. Гришук, І. О. Канкін, Ю. І. Міхеев // *Інформаційна безпека*. – 2017. – № 1 (25). – С. 5–9.
3. Сунь Цзы. Трактаты о военном искусстве. –Москва: ООО “Изд-во АСТ”; Санкт-Петербург: Terra fantastica, 2002. 558с.
4. Пирцхалава Л. Г., Хорошко В. А., Хохлачева Ю. Е., Шелест М. Е. Информационное противоборство в современных условиях –Киев: ЦП “Компринт”, 2019. 226с.
5. Грабар І.Г. Безпекова синергетика: кібернетичний та інформаційний аспекти: монографія / І. Г. Грабар, Р. В. Гришук, К. В. Молодецька; за заг. ред. д.т.н., проф. Р. В. Гришука. – Житомир : ЖНАЕУ, 2019. – 280 с.
6. Hryshchuk R. Methodological foundation of State’s information security In social networking services In conditions of hybrid war / R. Hryshchuk, K. Molodetska-Hrynhchuk // *Information & Security: An International Journal* – 2018. – Vol. 41. – С. 55–73.
7. Гришук Р. В. Теоретичні основи моделювання процесів нападу на інформацію методами теорій диференціальних ігор та диференціальних перетворень : монографія / Р. В. Гришук. – Житомир : РУТА, 2010. – 280 с.
8. Хорошко В. Применение теории игр для исследования процессов в информационном противоборстве / В. Хорошко, Р. Гришук, Н. Браиловский, Т. Щербак // *Scientific and Practical Cyber Security Journal*. – 2020. – № 4 (3). – С. 45–51.
9. Петросян Л. А. , Зенкевич Н. А., Семина Е. А Теория Игр – Москва:Высшая школа, Книжный дом “Университет”, 1998. 304 с.
10. Блекуэлл Д., Гиршин М. Теория игр и статических решений. –Москва:Изд-во “Иностранная литература”, 2008. 360 с.
11. Карлин С. Математические методы в теории игр, программирование и экономика. –Москва: Изд-во “Мир”, 2000. 364с.
12. Воробьев Н. Н., Врублевская И. Н. Позиционные игры. –Москва: Изд-во “Наука”, 1967, 482 с.
13. Дрешер М. Стратегические игры. Теория и приложения –Москва: Изд-во “Советское радио”, 2004. 304 с.
14. Brodheim E., Herzer I., Russ L. A general dynamic model for air defence.  
[url:https://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/opre.15.5.779](https://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/opre.15.5.779). (дата обращения 10.02.2021).
15. Cohen N.D. An attack-defense game with matrix strategies.  
[url:https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nav.3800130403](https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nav.3800130403).(дата обращения 10.02.2021).